

Diskrete Mathematik für Informatiker

WS 2016/2017

Übung 6

1. Beweisen Sie die folgenden Aussagen:

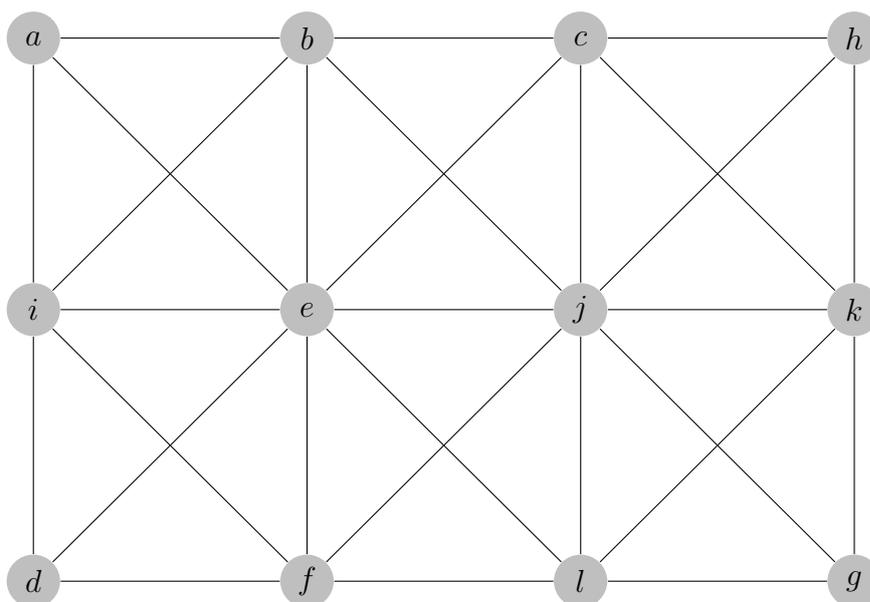
a) $\chi(K_n) = n$

b) $\chi(K_{m,n}) = 2$

c) $\chi(P_n) = 2$

d) Falls n gerade: $\chi(C_n) = 2$, falls n ungerade: $\chi(C_n) = 3$

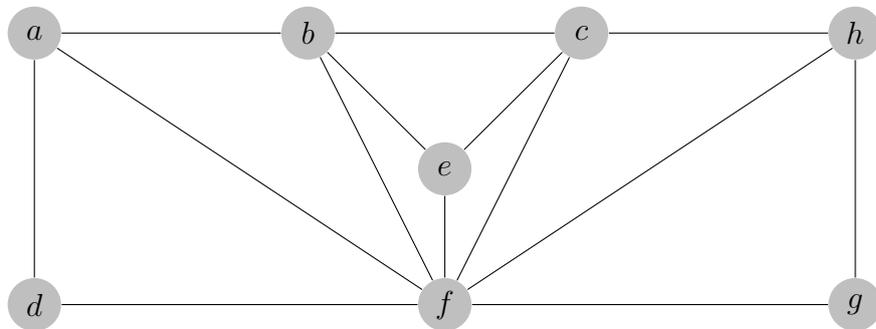
2. Sei $G_{n,m}$ der Graph bestehend aus $n \cdot m$ Quadraten, wobei jeweils n Quadrate untereinander und m Quadrate nebeneinander liegen. Zusätzlich sind die beiden diagonal gegenüber liegenden Punkte in einem Quadrat miteinander verbunden. Z.B. ist $G_{3,2} =$



Bestimmen Sie, welche der $G_{n,m}$ planar sind. Tipp: Untersuchen Sie zunächst $G_{1,n}$ für alle $n \in \mathbb{N}$, anschließend $G_{2,2}$ und schließlich alle anderen $G_{n,m}$.

3. Sei G ein Baum mit 6 Knoten. Wie viele Blätter kann G enthalten?

4. Gegeben sei folgender Graph G :



Bestimmen Sie $\chi(G)$ und geben Sie eine 4-Färbung an.

5. Beweisen Sie: Für einen Graphen mit m Kanten gilt

$$\chi(G) \leq \frac{1}{2} + \sqrt{2m + \frac{1}{4}}$$

Hinweis: Nehmen Sie an, ihr Graph hat $\chi(G)$ Farbklassen. Was können Sie dann für die Anzahl der Kanten zwischen den Farbklassen folgern?

6. Wie viele Kreise der Länge r enthält der vollständige Graph K_n ?

7. Beweisen Sie: Ist $G = (V, E)$ ein Baum mit $|V| \geq 2$, so hat jeder Knoten v den Grad $d_G(v) \geq 1$ und für die Summe aller Knotengrade gilt $\sum_{v \in V} d_G(v) = 2(|V| - 1)$. Gilt auch die Rückrichtung dieser Aussage?