Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik

Carl Philipp Reh
Daniel König

Diskrete Mathematik für Informatiker

WS 2016/2017

Übung 8

1. Beweisen Sie: Ist $(G, \circ)$ eine Gruppe und $a, b \in G$, so gibt es ein eindeutiges $c \in G$ mit $a \circ c = b$.

2. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen: In jeder Gruppe $(G, \circ)$ mit neutralem Element e gilt für alle $a, b \in G$

   a) $a \circ a = a \circ b \Rightarrow a = b$

   b) $a \circ a = b \circ b \Rightarrow a = b$

   c) $a^5 = a \Rightarrow a^4 = a$

   d) $a^5 = e \wedge a^4 = e \Rightarrow a = e$

3. Zeigen Sie, dass es eine Gruppe G und Elemente $a, b \in G$ gibt, so dass die Gleichung $(ab)^{-1} = a^{-1}b^{-1}$ nicht erfüllt ist.

4. Geben Sie die Verknüpfungstabellen der folgenden Monoide an und bestimmen Sie, welches Monoid eine Gruppe ist:

   a) S_3

   b) $(\mathbb{Z}_5 \setminus \{0\}, \cdot)$

   c) $(\mathbb{Z}_4, \cdot)$

5. Berechnen Sie:

   a) $5^{40} \bmod 3$

   b) $(77 \cdot 34) + (85 \cdot 44) \bmod 4$

   c) $2^{3^4} \bmod 5$

6. Beweisen Sie: Es ist $(a + b)^5 \equiv a^5 + b^5 \bmod 5$ für alle $a, b \in \mathbb{Z}$.