

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (Platz-/Zeitkonstruierbarkeit).

1. Ist die Summation zweier platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?
2. Ist das Produkt platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?
3. Sei $p(x) \in \mathbb{N}[x]$ ein Polynom mit nichtnegativen Koeffizienten. Zeigen Sie, dass $p(x)$ platz- und zeitkonstruierbar ist.
4. Ist die Verkettung platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?

Aufgabe 2 (Platzhierarchie). Beweisen Sie Lemma 12.1 des Buches *Introduction to Automata Theory, Languages and Computation* von J. Hopcroft und J. Ullman:

Lemma Sei $s(n) \geq \log_2(n)$. Falls die Sprache L von einer $s(n)$ - platzbeschränkten Turingmaschine akzeptiert wird, dann wird L auch von einer $s(n)$ - platzbeschränkten Turingmaschine akzeptiert, die für alle Eingaben terminiert.

Tipp: Statten Sie die Turingmaschine mit einem Zähler aus.

Aufgabe 3 (Nondeterministic Logspace). Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt *azyklisch*, falls es keine Folge paarweise verschiedener, durch Kanten verbundener Knoten v_1, \dots, v_n gibt mit $v_1 = v_n$ (beispielsweise ist jeder Baum azyklisch).

Gehört das Problem

Eingabe: Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$.

Frage: Ist G azyklisch?

zur Komplexitätsklasse **NL**?

Aufgabe 4. Sei $f(n) = n^k$. Zeigen Sie für $L \neq \Sigma^*$ und $L \neq \emptyset$:

$$\text{Pad}_f(L) \leq_m^{\log} L$$