

## Übungsblatt 3

### Aufgabe 1

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen für beliebige Formeln  $F, G$ :

- (a) Wenn  $F$  und  $G$  gültig sind, dann gilt  $F \equiv G$ .
- (b) Wenn  $F$  und  $G$  erfüllbar sind, dann gilt  $F \equiv G$ .
- (c) Wenn  $F$  und  $G$  unerfüllbar sind, dann gilt  $F \equiv G$ .
- (d) Wenn  $F$  erfüllbar und  $G$  gültig ist, dann gilt  $F \equiv G$  oder  $\neg F$  ist erfüllbar.
- (e) Wenn  $F \equiv G$  gilt, dann müssen  $F$  und  $G$  die gleichen atomaren Formeln enthalten.
- (f)  $(F \rightarrow G) \rightarrow H \equiv F \rightarrow (G \rightarrow H)$ .
- (g) Aus  $F \equiv G \vee H$  folgt  $F \equiv G$  oder  $F \equiv H$ .
- (h) Aus  $F \rightarrow G \equiv G \rightarrow F$  folgt  $F \equiv G$ .
- (i) Angenommen  $F, G \models H$  und  $F, H \models G$  und  $G, H \models F$ . Dann sind alle drei Formeln äquivalent zueinander.

### Aufgabe 2

Zeigen Sie die folgenden Äquivalenzen mit Hilfe der Äquivalenzregeln aus der Vorlesung (siehe Folien 64–65):

- (a)  $A \vee B \equiv ((\neg A) \rightarrow (A \wedge C)) \vee ((C \vee B) \wedge B) \vee B$
- (b)  $\neg A \wedge B \wedge C \equiv \neg A \wedge ((C \wedge D) \vee (C \wedge \neg D)) \wedge (A \vee B)$

### Aufgabe 3

Zeigen Sie, dass über den atomaren Formeln  $A_1, \dots, A_n$  genau  $2^{2^n}$  Formeln existieren, die paarweise nicht äquivalent sind.

#### Aufgabe 4

Seien  $F_1, F_2$  und  $F_3$  Formeln mit folgenden Wahrheitstafeln:

$A$	$B$	$C$	$F_1$	$F_2$	$F_3$
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	1
1	0	1	0	0	1
1	1	0	1	1	1
1	1	1	1	0	0

Geben Sie  $\text{DNF}(F_i)$  und  $\text{KNF}(F_i)$  für  $i \in \{1, 2, 3\}$  an.