

Übungsblatt 5

Aufgabe 1

Für zwei Belegungen $B_1: \{A_1 \dots A_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ und $B_2: \{A_1 \dots A_n\} \rightarrow \{0, 1\}$ definieren wir eine Belegung $\min(B_1, B_2)$ wie folgt für $i = 1, \dots, n$:

$$\min(B_1, B_2)(A_i) = \min(B_1(A_i), B_2(A_i))$$

Sei F eine Hornformel und B sowie B' Modelle von F . Zeigen Sie, dass dann auch $\min(B, B')$ ein Modell von F ist. Gilt die Aussage auch für die Belegung $\max(B, B')$ mit

$$\max(B, B')(A_i) = \max(B(A_i), B'(A_i)) ?$$

Aufgabe 2

Zeigen Sie die folgenden Behauptungen durch geeignetes Anwenden des Markierungsalgorithmus.

(a) Die folgende Formel ist erfüllbar:

$$(1 \rightarrow A) \wedge (A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C) \wedge (A \wedge B \wedge C \rightarrow D) \\ \wedge (D \wedge E \rightarrow F) \wedge (F \rightarrow 0)$$

(b) Die folgende Formel ist gültig:

$$(A \wedge D \wedge \neg I) \vee (B \wedge \neg D \wedge E) \vee (\neg A \wedge B \wedge C \wedge H) \vee (\neg E \wedge F) \\ \vee (\neg C \wedge F) \vee (G \wedge \neg H) \vee \neg B \vee \neg F \vee \neg G \vee I$$

(c) $B \wedge D \rightarrow A, B \wedge G \rightarrow F, A \wedge C \wedge F \rightarrow E, B, D \models E \vee \neg G \vee (\neg C \wedge D)$

Aufgabe 3

Wir betrachten Formeln in 2-KNF, d.h. jede Klausel enthält höchstens zwei Literale. Geben Sie einen Polynomialzeit-Algorithmus an, der auf Unerfüllbarkeit testet.

Aufgabe 4

Berechnen Sie $\text{Res}^i(F)$ für $i = 0, 1, \dots$ für die Formel F mit Klauselmenge

$$\{\{A, \neg B\}, \{A, B, \neg C\}, \{B, C\}, \{\neg A, \neg C\}\}.$$

Was ist die kleinste Zahl n , so dass $\text{Res}^n(F) = \text{Res}^*(F)$?