

Übungsblatt 8

Aufgabe 1

Sind die folgenden prädikatenlogischen Formeln erfüllbar, unerfüllbar oder gültig? Geben Sie ein Modell an, falls die Formel erfüllbar ist. Begründen Sie Ihre Antwort im Falle der Gültigkeit / Unerfüllbarkeit.

(a) $\forall x \exists y (P(x) \rightarrow P(y))$

(b) $\forall x (R(x, y) \wedge f(x) = y)$

(c) $\exists x P(f(x, g(x))) \wedge \forall x \neg P(f(x, x))$

(d) $\exists y \forall x R(x, y) \rightarrow \forall x \exists y R(x, y)$

(e) $\forall y \exists x (f(x) = y) \wedge \exists x \exists y (x \neq y \wedge f(x) = f(y))$

(f) $\forall x R(x, x) \wedge \forall x \forall y (x \neq y \rightarrow S(x, y)) \wedge \forall x \forall y (S(x, y) \rightarrow R(x, y)) \wedge \neg R(x, y)$

(g) $\forall x (f(g(x)) = x) \wedge \exists x (g(f(x)) \neq x)$

Aufgabe 2

Gegeben die Formeln

1. $\exists x P(x) \vee \forall x Q(x, x)$

2. $\exists x (P(x) \vee Q(x, x))$

3. $\forall x (\exists z P(z) \vee \exists y Q(x, y))$

Beweisen oder widerlegen Sie:

- 1. \models 2., 2. \models 1.
- 1. \models 3., 3. \models 1.
- 2. \models 3., 3. \models 2.

Aufgabe 3

Seien F, G beliebige prädikatenlogische Formeln. Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Aussagen:

(a) $\exists x F \vee \exists x G \equiv \exists x (F \vee G)$

(b) $\exists x F \wedge \exists x G \equiv \exists x (F \wedge G)$