

Übungsblatt 3

Aufgabe 1. Seien

$$\begin{aligned}f_1(n) &= n^2 \\f_2(n) &= 2^n \\f_3(n) &= n!\end{aligned}$$

Geben Sie Turingmaschinen an, die zeigen, dass die Funktionen f_1, f_2 und f_3 zeit- und platzkonstruierbar sind.

Aufgabe 2.

1. Ist die Summation zweier platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?
2. Ist das Produkt platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?
3. Sei $p(x) \in \mathbb{N}[x]$ ein Polynom mit nicht negativen Koeffizienten. Zeigen Sie, dass $p(x)$ platz- und zeitkonstruierbar ist.
4. Ist die Verkettung platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?

Aufgabe 3 (Nondeterministic Logspace). Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ heißt *azyklisch*, falls es keine Folge paarweise verschiedener, durch Kanten verbundener Knoten v_1, \dots, v_n gibt mit $v_1 = v_n$ (beispielsweise ist jeder Baum azyklisch).

Gehört das Problem

Eingabe: Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$.

Frage: Ist G azyklisch?

zur Komplexitätsklasse **NL**?

Aufgabe 4. Zeigen Sie folgende Aussage mit Hilfe von Padding:
Wenn $\mathbf{P} = \mathbf{NP}$, dann gilt $\mathbf{EXP} = \mathbf{NEXP}$.