

Blatt 4

Aufgabe 1

Betrachten Sie den folgenden Algorithmus, der für gegebene Matrizen $A, B, C \in \mathbb{Z}^{n \times n}$ probabilistisch überprüft, ob $AB = C$ gilt.

1. Wähle zufällig und gleichverteilt einen Vektor $v \in \{0, 1\}^{n \times 1}$.
2. Berechne $w = A(Bv) - Cv$.
3. Wenn $w = 0$ ist, dann gebe "ja" zurück, ansonsten "nein".

Beweisen Sie, dass im Falle $AB \neq C$ der Algorithmus mit einer Wahrscheinlichkeit von höchstens $\frac{1}{2}$ "ja" zurückgibt.

Aufgabe 2 (Perfektes Matching)

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph mit

$$V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, \quad E = \{\{1, 6\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{2, 5\}, \{3, 5\}, \{4, 6\}, \{5, 6\}\}.$$

- (a) Geben Sie die Tutte-Matrix T_G von G an.
- (b) Berechnen Sie das Polynom $\det(T_G)$.
- (c) Hat G ein perfektes Matching? Wenn ja, bestimmen Sie alle perfekten Matchings von G . Wenn nein, begründen Sie ihre Antwort.

Aufgabe 3 (Fingerprints)

Sei $T = 001100$ und $P = 01$. Berechnen Sie mit dem probabilistischen Algorithmus aus der Vorlesung das Array $\text{MATCH}[1, \dots, 6]$, welches beschreibt wo im String T das Pattern P vorkommt.