

# Übungsblatt 1

## Aufgabe 1

Berechnen Sie den Wert  $\mathcal{B}(F)$  für die gegebenen Formeln  $F$  und Belegungen  $\mathcal{B}$ .

- (a)  $F = \neg(A \wedge (B \vee C)) \wedge (B \vee \neg C)$        $\mathcal{B} : A \mapsto 1, B \mapsto 0, C \mapsto 0$   
(b)  $F = (\neg B \wedge \neg C) \leftrightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow C)$        $\mathcal{B} : A \mapsto 1, B \mapsto 0, C \mapsto 1$   
(c)  $F = (A \vee (B \leftrightarrow \neg C)) \rightarrow \neg(A \vee B)$        $\mathcal{B} : A \mapsto 0, B \mapsto 1, C \mapsto 1$

## Aufgabe 2

Ein Gerät besitzt vier Lämpchen  $L_1, \dots, L_4$ , die entweder grün oder rot leuchten können. Das Gerät arbeitet korrekt, wenn die folgenden Eigenschaften erfüllt sind:

1.  $L_1$  leuchtet grün.
2. Wenn  $L_1$  oder  $L_2$  grün leuchtet, dann leuchtet auch  $L_4$  grün.
3. Mindestens eins der Lämpchen leuchtet rot.
4.  $L_3$  leuchtet rot, wenn  $L_1$  und  $L_2$  in verschiedenen Farben leuchten.

Formalisieren Sie die Spezifikation des Gerätes durch eine aussagenlogische Formel. Geben Sie die gesamte Wahrheitstafel für Ihre Formel an. Ist die Formel erfüllbar?

## Aufgabe 3

Beweisen oder widerlegen Sie die Erfüllbarkeit der folgenden Formeln bzw. Formelmengen:

- (a)  $A \vee B \vee \neg A$   
(b)  $A \wedge B \wedge \neg A$   
(c)  $\{\bigvee_{i=1}^n \bigwedge_{j=1}^n L_{i,j} \mid n \in \mathbb{N}\}$ , wobei  $L_{i,j} = \begin{cases} A_j, & \text{wenn } i = j, \\ \neg A_j, & \text{wenn } i \neq j \end{cases}$

## Aufgabe 4

Beweisen Sie: Eine Formel  $F$  ist genau dann gültig, wenn  $\neg F$  unerfüllbar ist.