Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey



# Übungsblatt 11

**Aufgabe 1**
Betrachten Sie die folgende Aussage:

$$F = (P(a) \wedge \forall x(P(x) \rightarrow \big(\neg P(s(x)) \wedge P(s(s(x)))\big)))$$

(a) Geben Sie das Herbrand-Universum $D(\mathcal{F})$ an, wobei $\mathcal{F}$ die Menge aller Funktionssymbole in der Formel $F$ ist.

(b) Geben Sie ein Herbrand-Modell $\mathcal{A}$ für $F$ an. Beschreiben Sie $\mathcal{A}$ in einfachen Worten.

**Aufgabe 2**
Überführen Sie die folgenden Formeln jeweils in eine erfüllbarkeitsäquivalente Aussage in Klauselform:

(a) $F_a = (\forall y(\forall x R(x) \rightarrow Q(y,z)) \wedge \forall x P(x))$

(b) $F_b = \forall z(\exists y \neg(R(y) \vee \forall x R(x)) \vee \forall x Q(z,w))$

**Aufgabe 3**
Betrachten Sie die Struktur $\mathcal{A}$ mit

- $\mathcal{U}_\mathcal{A}$ ist die Menge aller Punkte und Geraden im $\mathbb{R}^2$.
- $P^\mathcal{A} = \{x \mid x \text{ ist ein Punkt.}\}$
- $G^\mathcal{A} = \{x \mid x \text{ ist eine Gerade.}\}$
- ${S_1}^\mathcal{A} = \{(x,y) \mid x \text{ ist ein Punkt auf der Geraden } y.\}$
- ${S_2}^\mathcal{A} = \{(x,y) \mid x \text{ und } y \text{ sind parallele Geraden.}\}$
- ${S_3}^\mathcal{A} = \{(x,y) \mid x \text{ und } y \text{ sind orthogonale Geraden.}\}$
- ${S_4}^\mathcal{A} = \{(x,y,z) \mid x \text{ ist der Spiegelpunkt von } y \text{ bezüglich der Geraden } z.\}$

Formulieren Sie mit Hilfe der Prädikatenlogik die folgenden Aussagen (mit freien Variablen) in dieser Struktur:

(a) Der Punkt $x$ ist der einzige Schnittpunkt der Geraden $y$ und $z$.

(b) Die Geraden $x$, $y$ und $z$ schließen ein Dreieck ein.

(c) Der Punkt $x$ ist Mittelpunkt der Strecke zwischen den Punkten $y$ und $z$.