

## Übungsblatt 12

### Aufgabe 1

Gegeben seien folgende Formeln in Skolemform mit Matrizen in KNF.

- (a)  $F_a = \forall x(P(x) \wedge \neg P(x))$
- (b)  $F_b = \forall x((P(x) \vee \neg Q(x)) \wedge \neg P(f(a)) \wedge Q(f(a)))$
- (c)  $F_c = \forall x \forall y((\neg P(x) \vee \neg P(f(y))) \wedge P(f(f(x))))$

Sei  $F \in \{F_a, F_b, F_c\}$ .

1. Geben Sie  $D(\{F\})$  an.
2. Geben Sie  $E(\{F\})$  an.
3. Geben Sie eine unerfüllbare Formel  $F_1 \wedge \dots \wedge F_k$  an mit  $F_i \in E(F)$  für  $1 \leq i \leq k$ .

### Aufgabe 2

Sei  $\mathcal{R} = (\mathbb{R}, I_{\mathcal{R}})$  die Struktur über den reellen Zahlen mit  $+$  und  $\cdot$  (mit der üblichen Bedeutung). Formalisieren Sie folgende Aussagen:

- (a)  $x = 0$  (mit freier Variable  $x$ ).
- (b)  $x = 1$  (mit freier Variable  $x$ ).
- (c)  $x > 0$  (mit freier Variable  $x$ ).
- (d)  $x < y$  (mit freien Variablen  $x$  und  $y$ ).

### Aufgabe 3

Beweisen oder widerlegen Sie die folgenden Behauptungen:

- (a) Eine Formel ist genau dann erfüllbar, wenn sie ein Herbrand-Modell besitzt.
- (b) Jede Formel ist äquivalent zu ihrer Skolemform.
- (c) Es gibt unendlich viele paarweise nicht äquivalente Formeln (über einer festen Menge von Prädikaten- und Funktionssymbolen).