

Übungsblatt 13

Aufgabe 1

Geben Sie für die folgenden Formeln F jeweils $\bigcup E(\{F\})$ an. Zeigen Sie anschließend, dass F unerfüllbar ist, indem Sie Grundresolution verwenden.

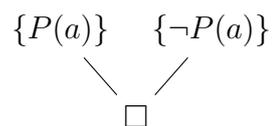
Anmerkung: Wir fassen hier $E(\{F\})$ als Menge von KNFs in Klauselschreibweise auf. Die Operation \bigcup „entfernt“ die äußere Menge, also ist $\bigcup E(\{F\})$ die Menge aller Klauseln aus der Herbrand-Expansion für $\{F\}$.

(a) $F_a = \forall x(P(x) \wedge \neg P(x))$

Lösung

Wir erhalten, dass $\bigcup E(\{F_a\}) = \{\{P(a)\}, \{\neg P(a)\}\}$.

Grundresolution:



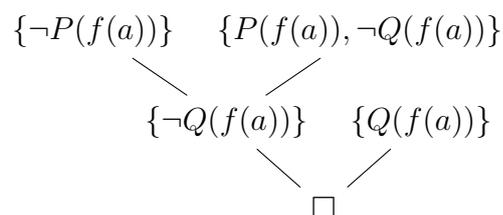
(b) $F_b = \forall x((P(x) \vee \neg Q(x)) \wedge \neg P(f(a)) \wedge Q(f(a)))$

Lösung

Wir erhalten, dass

$$\bigcup E(\{F_b\}) = \{\{P(f^n(a)), \neg Q(f^n(a))\} \mid n \in \mathbb{N}\} \cup \{\{\neg P(f(a))\}, \{Q(f(a))\}\}.$$

Grundresolution:



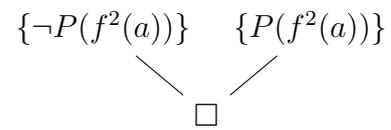
(c) $F_c = \forall x \forall y((\neg P(x) \vee \neg P(f(y))) \wedge P(f(f(x))))$

Lösung

Wir erhalten, dass

$$\bigcup E(\{F_c\}) = \{\{\neg P(f^n(a)), \neg P(f^{m+1}(a))\} \mid n, m \in \mathbb{N}\} \cup \{\{P(f^{n+2}(a))\} \mid n \in \mathbb{N}\}.$$

Grundresolution:



Erklärung: Die Klausel $\{\neg P(f^2(a))\}$ erhalten wir aus $\{\neg P(f^n(a)), \neg P(f^{m+1}(a))\}$ mit $n = 2, m = 1$.