

Übungsblatt 3

Aufgabe 1 (Satz von Savitch). Ermitteln Sie die Laufzeit des Algorithmus auf Folie 35. Berechnen Sie also den Zeitmehraufwand, der benötigt wird, um eine nichtdeterministische Turingmaschine mit nur quadratischem Platzmehraufwand deterministisch zu simulieren.

Zur Erinnerung: Der Satz von Savitch besagt, dass für Funktionen $s(n) \in \Omega(\log n)$ gilt, dass $\text{NSPACE}(s(n)) \subseteq \text{DSPACE}(s^2(n))$ ist.

Aufgabe 2. Entscheiden Sie für jedes der gegebenen Klassenpaare, welche Klasse in der jeweils anderen als Teilmenge enthalten ist. Begründen Sie Ihre Antworten.

1. $\text{NTIME}(n^2)$ und $\text{DSPACE}(n^3)$
2. $\text{DTIME}(3n^2 + (\log(n))^4)$ und $\text{DTIME}(n^2 + 1)$

Aufgabe 3. Seien

$$\begin{aligned}f_1(n) &= n^2 \\f_2(n) &= 2^n \\f_3(n) &= n!\end{aligned}$$

Geben Sie Turingmaschinen an, die zeigen, dass die Funktionen f_1, f_2 und f_3 zeit- und platzkonstruierbar sind.

Aufgabe 4.

1. Ist die Summation zweier platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?
2. Ist das Produkt platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?
3. Sei $p(x) \in \mathbb{N}[x]$ ein Polynom mit nicht negativen Koeffizienten. Zeigen Sie, dass $p(x)$ platz- und zeitkonstruierbar ist.
4. Ist die Verkettung platz-/zeitkonstruierbarer Funktionen wieder platz- bzw. zeitkonstruierbar?