

Übungsblatt 6

Aufgabe 1

Sei P ein einstelliges und R ein zweistelliges Relationssymbol; außerdem sei f ein einstelliges Funktionssymbol. Wobei handelt es sich um prädikatenlogische Formeln?

- (a) $\exists x \neg P(x)$
- (b) $\forall x \forall y (R(x, y) \rightarrow f(R(x, y)))$
- (c) $f(x) = f(x)$
- (d) $\forall n \exists p \exists q n = p \cdot q$
- (e) $\exists x \forall y (P(y) \vee \neg \forall x R(x, f(x)))$
- (f) $P(x)$
- (g) $f(f(x))$
- (h) $(\forall y R(x, z) \wedge \exists x P(y))$

Aufgabe 2

Gegeben sei folgende Formel

$$F = ((Q(x) \vee \exists x \forall y (P(f(x), y) \wedge Q(a))) \vee \forall x R(x, z, g(x)))$$

- (a) Geben Sie alle Teilformeln und Terme an, die in F vorkommen.
- (b) Welche der Teilformeln sind Aussagen?
- (c) Geben Sie für jede Variable an, ob sie frei oder gebunden in F vorkommt.

Aufgabe 3

Gegeben sei die Struktur $\mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}})$, wobei $U_{\mathcal{A}}$ die Menge aller Menschen ist und $I_{\mathcal{A}}$ die folgende Interpretation ist:

- $W^{\mathcal{A}}(x)$: x ist weiblich
- $K^{\mathcal{A}}(x, y)$: x kennt y

- $v^A(x) = y$: y ist biologischer Vater von x
- $m^A(x) = y$: y ist biologischer Mutter von x
- a^A ist Adam, e^A ist Eva

Was bedeuten die folgenden prädikatenlogischen Formeln?

- (a) $\forall x W(m(x))$
- (b) $(v(x) = a \wedge K(x, e))$
- (c) $\exists x (W(x) \wedge K(a, x))$
- (d) $\exists x \exists y (K(x, y) \wedge \neg K(y, x))$

Drücken Sie die folgenden Aussagen durch prädikatenlogische Formeln aus:

- (a) Jeder kennt sich selbst.
- (b) Es gibt eine weibliche Person, die Adam kennt.
- (c) Jedes Elternpaar kennt sich.
- (d) x und y sind Geschwister (derselben zwei Eltern).