

## Übungsblatt 8

### Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass folgende Formeln erfüllbar, aber nicht gültig sind.

(a)  $F_a := \forall y \exists x f(x) = y$

(b)  $F_b := \forall x \forall y (f(x) = f(y) \rightarrow x = y)$

(c)  $F_c := (\exists y \forall x f(x) = g(x, y) \wedge \exists x f(x) \neq g(x, x))$

(d)  $F_d := (\forall x P(f(x, x)) \wedge \forall x \forall y (x \neq y \rightarrow \neg P(f(x, y))))$

(e)  $F_e := (\forall x (P(x) \vee Q(x, y)) \wedge \neg Q(y, y) \wedge \forall x (x \neq y \rightarrow \neg P(x)))$

### Aufgabe 2

Zeigen Sie die folgenden Behauptungen:

(a)  $\exists x (F \wedge G) \models (\exists x F \wedge \exists x G)$

(b)  $(\exists x F \vee \forall x G) \models \exists x (F \vee G)$

(c)  $\forall x (F \rightarrow G) \models (\forall x F \rightarrow \forall x G)$

(d)  $(\forall x F \wedge \forall x G) \models \forall x (F \wedge G)$

(e)  $\exists y \forall x F \models \forall x \exists y F$

### Aufgabe 3

Definieren Sie die Substitution  $F[x/t]$  formal (siehe Folie 141), wobei  $F$  eine Formel,  $x$  eine Variable und  $t$  ein Term ist.