

## Übungsblatt 10

### Aufgabe 1

Betrachten Sie die folgende Aussage:

$$F = (P(a) \wedge \forall x(P(x) \rightarrow (\neg P(s(x)) \wedge P(s(s(x)))))$$

- (a) Geben Sie das Herbrand-Universum  $D(\mathcal{F})$  an, wobei  $\mathcal{F}$  die Menge aller Funktionssymbole in der Formel  $F$  ist.
- (b) Geben Sie ein Herbrand-Modell  $\mathcal{A}$  für  $F$  an. Beschreiben Sie  $\mathcal{A}$  in einfachen Worten.

### Aufgabe 2

Überführen Sie die folgenden Formeln jeweils in eine erfüllbarkeitsäquivalente Aussage in Klauselform, indem Sie wie auf Folie 165 beschrieben vorgehen:

- (a)  $F_a = (\forall y(\forall x R(x) \rightarrow Q(y, z)) \wedge \forall x P(x))$
- (b)  $F_b = \forall z(\exists y \neg(R(y) \vee \forall x R(x)) \vee \forall x Q(z, w))$

### Aufgabe 3

Betrachten Sie die Struktur  $\mathcal{A}$  mit

- $\mathcal{U}_{\mathcal{A}}$  ist die Menge aller Punkte und Geraden im  $\mathbb{R}^2$ .
- $S_1^{\mathcal{A}} = \{(x, y) \mid x \text{ ist ein Punkt auf der Geraden } y.\}$
- $S_2^{\mathcal{A}} = \{(x, y) \mid x \text{ und } y \text{ sind parallele Geraden.}\}$
- $S_3^{\mathcal{A}} = \{(x, y) \mid x \text{ und } y \text{ sind orthogonale Geraden.}\}$
- $S_4^{\mathcal{A}} = \{(x, y, z) \mid x \text{ ist der Spiegelpunkt von } y \text{ bezüglich der Geraden } z.\}$

Formulieren Sie mit Hilfe der Prädikatenlogik die folgenden Aussagen (mit freien Variablen) in dieser Struktur:

- (a) Der Punkt  $x$  ist der einzige Schnittpunkt der Geraden  $y$  und  $z$ .
- (b) Die Geraden  $x$ ,  $y$  und  $z$  schließen ein Dreieck ein.
- (c) Der Punkt  $x$  ist Mittelpunkt der Strecke zwischen den Punkten  $y$  und  $z$ .