

Übungsblatt 8

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass folgende Formeln erfüllbar, aber nicht gültig sind.

- (a) $F_a := \forall y \exists x f(x) = y$
- (b) $F_b := \forall x \forall y (f(x) = f(y) \rightarrow x = y)$
- (c) $F_c := (\exists y \forall x f(x) = g(x, y) \wedge \exists x f(x) \neq g(x, x))$

Aufgabe 2

Zeigen Sie die folgenden Behauptungen:

- (a) $\exists x (F \wedge G) \models (\exists x F \wedge \exists x G)$
- (b) $(\exists x F \vee \forall x G) \models \exists x (F \vee G)$
- (c) $\forall x (F \rightarrow G) \models (\forall x F \rightarrow \forall x G)$

Aufgabe 3

Sei $\mathcal{A} = (U_{\mathcal{A}}, I_{\mathcal{A}})$ eine Struktur, wobei das Universum gegeben ist als $U_{\mathcal{A}} = \{a, b\}^*$ und die Interpretationsfunktion definiert ist durch

- $f^{\mathcal{A}}(x, y) = xy$ (die Konkatenation von Wörtern),
- $P^{\mathcal{A}} = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ enthält genau ein } a\}$
- $Q^{\mathcal{A}} = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ ist gerade}\}$
- $c^{\mathcal{A}} = aba$

und „ $=$ “ wie üblich ein 2-stelliges Prädikatensymbol darstellt, das mit der Gleichheit interpretiert wird. Formulieren Sie die folgenden Sätze als prädikatenlogische Formeln:

- (a) Das Wort aba hat ungerade Länge.
- (b) Es gibt ein Wort, das genau ein a enthält und gerade Länge hat.
- (c) Das Wort aba enthält genau zwei a .
- (d) x ist ein Teilstring von y .
- (e) Jede Konkatenation zweier Wörter gerader Länge ergibt ein Wort gerader Länge.
- (f) x ist das leere Wort.