

Übungsblatt 10

Aufgabe 1

Überführen Sie die folgenden Formeln jeweils in eine erfüllbarkeitsäquivalente Aussage in Klauselform, indem Sie wie auf Folie 165 beschrieben vorgehen:

(a) $F_a = (\forall y(\forall x R(x) \rightarrow Q(y, z)) \wedge \forall x P(x))$

(b) $F_b = \forall z(\exists y \neg(R(y) \vee \forall x R(x)) \vee \forall x Q(z, w))$

Aufgabe 2

Betrachten Sie die Struktur \mathcal{A} mit

- $\mathcal{U}_{\mathcal{A}}$ ist die Menge aller Punkte und Geraden im \mathbb{R}^2 .
- $S_1^{\mathcal{A}} = \{(x, y) \mid x \text{ ist ein Punkt auf der Geraden } y.\}$
- $S_2^{\mathcal{A}} = \{(x, y) \mid x \text{ und } y \text{ sind parallele Geraden.}\}$
- $S_3^{\mathcal{A}} = \{(x, y) \mid x \text{ und } y \text{ sind orthogonale Geraden.}\}$
- $S_4^{\mathcal{A}} = \{(x, y, z) \mid x \text{ ist der Spiegelpunkt von } y \text{ bezüglich der Geraden } z.\}$

Formulieren Sie mit Hilfe der Prädikatenlogik die folgenden Aussagen (mit freien Variablen) in dieser Struktur:

- (a) Der Punkt x ist der einzige Schnittpunkt der Geraden y und z .
- (b) Die Geraden x , y und z schließen ein Dreieck ein.
- (c) Der Punkt x ist Mittelpunkt der Strecke zwischen den Punkten y und z .

Aufgabe 3

Definieren Sie die Substitution $F[x/t]$ formal (siehe Folie 141), wobei F eine Formel, x eine Variable und t ein Term ist.