Übungsblatt 13

Aufgabe 1
Überführen Sie die folgenden Formeln jeweils in eine erfüllbarkeitsäquivalente Aussage in Klauselform, indem Sie wie auf Folie 350 beschrieben vorgehen:

(a) $F_a = (\forall y(\forall x R(x) \rightarrow Q(y,z)) \land \forall x P(x))$

(b) $F_b = \forall z(\exists y \neg(R(y) \lor \forall x R(x)) \lor \forall x Q(z,w))$

Aufgabe 2
Betrachten Sie die folgende Aussage:

$$F = (P(a) \land \forall x(P(x) \rightarrow \big(\neg P(s(x)) \land P(s(s(x)))\big)))$$

(a) Geben Sie das Herbrand-Universum $D(\mathcal{F})$ an, wobei $\mathcal{F}$ die Menge aller Funktionssymbole in der Formel F ist.

(b) Geben Sie ein Herbrand-Modell $\mathcal{A}$ für F an. Beschreiben Sie $\mathcal{A}$ in einfachen Worten.

(c) Berechnen Sie die Herbrand-Expansion $E(G)$, wobei G die Skolemform von F ist.

(d) Geben Sie ein (aussagenlogisches) Modell von $E(G)$ an.

Aufgabe 3
Zu einer Menge M von Aussagen in Skolemform schreiben wir $\mathcal{F}(M)$ für die Funktionssymbole, die in M vorkommen. Geben Sie zu den folgenden Formeln F jeweils $\mathcal{F}(\{F\})$, $D(\{F\})$ und $E(\{F\})$ an. Geben Sie anschließend eine unerfüllbare Formel $(F_1 \land \cdots \land F_k)$ an mit $F_i \in E(F)$ für $1 \leq i \leq k$.

(a) $F_a = \forall x(P(x) \land \neg P(x))$

(b) $F_b = \forall x \forall y((\neg P(x) \lor \neg P(f(y))) \land P(f(f(x))))$

Aufgabe 4
Betrachten Sie folgende Eigenschaften einer binären Relation R:

1. R ist nicht leer.
2. R ist reflexiv.
3. R ist irreflexiv.
4. R ist symmetrisch.
5. R ist transitiv.

(a) Formulieren Sie jede Eigenschaft als Formel.

(b) Geben Sie zu jeder Formel ein Modell an.