Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 3

Aufgabe 1. Zeigen Sie, dass die folgenden Funktionen primitiv rekursiv sind. Es dürfen primitiv rekursive Funktionen verwendet werden, die in der Vorlesung besprochen wurden.

(a) $f(x) = x!$ (b) $g(x) = \dfrac{x(x+1)}{2}$ (c) $h(x,y) = y^x$ (d) $k(x,y,z) = \begin{cases} y & (x = 0) \\ z & (x \neq 0) \end{cases}$

Aufgabe 2. Sei $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ primitiv-rekursiv und streng monoton wachsend. Zeigen Sie: Es existiert eine primitiv-rekursive Linksinverse g von f, d.h. $g(f(x)) = x$ für alle $x \in \mathbb{N}$.
Hinweis: Betrachten Sie, für eine geeignet gewählte zweistellige Funktion $h(x,y)$, die Funktion $g(y) = \max\{x \leq y \mid h(x,y) = 0\}$ (wobei wir hier $\max \emptyset = 0$ setzen).

Aufgabe 3. Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen f die zugehörige Funktion μf.

(a) $f(n,x) = n + x$

(b) $f(n,x) = x - n$

(c) $f(n,x,y) = x - n \cdot y$

(d) $f(n,x,y,z) = 5^x + y - z^5 \cdot n$

(e) $f(n,x,y,z) = (y - 5n^2) + (x+z) \cdot n$

(f) $f(n,x,y) = \max(2n,x,y) - n$

Aufgabe 4. Beweisen Sie, dass folgende Funktionen μ-rekursiv sind.

(a) $f(x,y) = \begin{cases} y & (x = 0) \\ \perp & (x \neq 0) \end{cases}$ (b) $g(x,y) = \begin{cases} \lceil \log_y(x) \rceil & (x > 0 \wedge y > 1) \\ 0 & (x = 0 \wedge y > 1) \\ \perp & (y \leq 1) \end{cases}$