Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 7

Aufgabe 1. Welche der folgenden Probleme sind in **P**? Welche sind in **NP**?

(a) Das Wortproblem für reguläre Sprachen.

(b) Das Wortproblem für kontextfreie Sprachen.

(c) Das Wortproblem für kontextsensitive Sprachen.

(d) Das Erfüllbarkeitsproblem für aussagenlogische Formeln (SAT).

(e) Das spezielle Halteproblem.

Aufgabe 2. Beweisen Sie die folgenden Abschlusseigenschaften, wobei $A, B, L \subseteq \Sigma^*$.

(a) Sind A und B in **P** (bzw. **NP**), dann auch $A \cup B$ und $A \cap B$.

(b) Sind A und B in **P** (bzw. **NP**), dann auch $A \cdot B = \{uv \in \Sigma^* \mid u \in A, v \in B\}$.

(c) Ist L in **NP**, dann auch $L^* = \{w \in \Sigma^* \mid w = u_1 \cdots u_n \text{ mit } u_1, \ldots, u_n \in L\}$.

Aufgabe 3. Zeigen Sie: Die Variante des Problems SUBSETSUM (siehe Folie 186), bei der die zu erreichende Summe $t \in \mathbb{N}$ als Teil der Eingabe unär kodiert ist, liegt in **P**.
Hinweis: Betrachten Sie für $t, w_1, \ldots, w_n$ alle Instanzen $s, w_1, \ldots, w_k$ mit $s \leq t$ und $k \leq n$.

Aufgabe 4. Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

(a) Die Relation $\leq_p$ ist reflexiv und transitiv.

(b) Genau dann gilt $L \in \mathbf{P}$, wenn $L \leq_p \{\varepsilon\}$.

Aufgabe 5. Wir betrachten das Problem k-COLORABILITY, bei dem auf Eingabe eines ungerichteten Graphen $G = (V, E)$ entschieden werdern soll, ob dieser *k-färbbar* ist:

Existiert $\chi\colon V \to \{1, \ldots, k\}$, sodass $\chi(u) \neq \chi(v)$ für alle $\{u, v\} \in E$?

(a) Zeigen Sie für alle $k \geq 1$, dass k-COLORABILITY $\leq_p$ $(k+1)$-COLORABILITY.

(b) Zeigen Sie, dass das Problem 2-COLORABILITY in **P** liegt.

(c) Was können Sie hieraus für das Problem 3-COLORABILITY folgern?