

Übungsblatt 8

Aufgabe 1. Wahr oder falsch?

- (a) Wenn $(F \vee G)$ erfüllbar ist, dann ist auch F erfüllbar.
- (b) Wenn $(F \wedge G)$ erfüllbar ist, dann ist auch F erfüllbar.
- (c) Wenn $(F \leftrightarrow G)$ erfüllbar ist, dann ist $(F \leftrightarrow G)$ auch gültig.
- (d) Wenn $(F \wedge G)$ unerfüllbar ist, dann ist F unerfüllbar oder G unerfüllbar.
- (e) Wenn $(F \vee G)$ gültig ist, dann ist F erfüllbar oder G erfüllbar.
- (f) Wenn F und G erfüllbar sind, dann gilt $F \equiv G$.
- (g) Wenn F und G unerfüllbar sind, dann gilt $F \equiv G$.

Aufgabe 2. Zeichnen Sie jeweils den Syntaxbaum zu folgenden Formeln F . Berechnen Sie anschließend jeweils den Wert $\mathcal{B}(F)$ für die gegebenen Formeln F und Belegungen \mathcal{B} .

- (a) $F = (\neg(A \wedge (B \vee C)) \wedge (B \vee \neg C))$ $\mathcal{B}: A \mapsto 1, B \mapsto 0, C \mapsto 0$
- (b) $F = ((\neg B \wedge \neg C) \leftrightarrow ((A \rightarrow \neg B) \rightarrow C))$ $\mathcal{B}: A \mapsto 1, B \mapsto 0, C \mapsto 1$
- (c) $F = ((A \vee (B \leftrightarrow \neg C)) \rightarrow \neg(A \vee B))$ $\mathcal{B}: A \mapsto 0, B \mapsto 1, C \mapsto 1$

Aufgabe 3. Der *Sheffersche Strich* \uparrow (auch *NAND-Operator* genannt) ist die zweistellige Verknüpfung logischer Ausdrücke, die durch $F \uparrow G := \neg(F \wedge G)$ definiert ist.

- (a) Zeigen Sie mit Hilfe von Wahrheitstafeln, dass $A \uparrow (B \uparrow C) \not\equiv (A \uparrow B) \uparrow C$.
- (b) Finden Sie zu $\neg A$, $A \wedge B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$ und $A \leftrightarrow B$ logisch äquivalente Ausdrücke, die ausschließlich den Shefferschen Strich als Verknüpfung verwenden.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass das folgende Problem **NP**-vollständig ist.

$$L = \{F \mid F \text{ ist eine erfüllbare aussagenlogische Formel der Form } G \rightarrow H\}$$