

# Übungsblatt 12

**Aufgabe 1.** Beweisen Sie die gegebenen Folgerungen für beliebige Formeln  $F$  und  $G$ . Entscheiden Sie zudem, ob auch die umgekehrten Folgerungen jeweils richtig sind.

- (a)  $\exists x(F \vee G) \models \exists xF \vee \exists xG$       (b)  $\exists x(F \wedge G) \models \exists xF \wedge \exists xG$   
(c)  $\forall x(F \rightarrow G) \models \forall xF \rightarrow \forall xG$

**Aufgabe 2.** Zeigen Sie, dass folgende Formeln erfüllbar, aber nicht gültig sind.

- (a)  $F = \forall y \exists x(f(x) = y)$   
(b)  $G = \forall x \forall y(f(x) = f(y) \rightarrow x = y)$   
(c)  $H = \exists y \forall x(f(x) = g(x, y)) \wedge \exists x(f(x) \neq g(x, x))$

**Aufgabe 3.** Entscheiden Sie für die folgenden Formeln jeweils, ob diese gültig sind, unerfüllbar sind, oder erfüllbar, aber nicht gültig sind.

- (a)  $F = \forall x \exists y(P(x) \rightarrow P(y))$       (b)  $G = \forall x(R(x, y) \wedge f(x) = y)$   
(c)  $H = \forall x R(x, x) \wedge \forall x \forall y(x \neq y \rightarrow S(x, y)) \wedge \forall x \forall y(S(x, y) \rightarrow R(x, y)) \wedge \neg R(a, b)$

**Aufgabe 4.** Geben Sie für die folgende Formel  $F$  zunächst eine äquivalente BPF an, und überführen Sie diese dann anschließend in Skolemform.

$$F = \forall x \exists y (R(x, y) \rightarrow \exists r R(r, f(y, z))) \wedge \forall x \neg \exists z (P(z) \wedge \forall w R(x, w))$$