Universität Siegen
Lehrstuhl Theoretische Informatik
Markus Lohrey

Übungsblatt 13

Aufgabe 1. Betrachten Sie folgende Eigenschaften einer binären Relation R.

- R ist nicht leer.
- R ist reflexiv.
- R ist symmetrisch.
- R ist transitiv.

(a) Formulieren Sie jede dieser Eigenschaften als Formel.

(b) Geben Sie zu jeder Formel ein Modell an.

Aufgabe 2. Überführen Sie die Formeln jeweils in eine erfüllbarkeitsäquivalente Aussage in Klauselform. Gehen Sie dabei wie in der Vorlesung (siehe Folie 350) beschrieben vor.

(a) $F = \forall y(\forall x R(x) \to Q(y, z)) \land \forall x P(x)$

(b) $G = \forall z(\exists y \neg(R(y) \lor \forall x R(x)) \lor \forall x Q(z, w))$

Aufgabe 3. Gegeben sei die Aussage $F = P(a) \land \forall x\big(P(x) \to \big(\neg P(s(x)) \land P(s(s(x)))\big)\big)$. Ferner sei mit $\mathcal{F}$ die Menge aller Funktionssymbole in F bezeichnet.

(a) Bestimmen Sie das Herbrand-Universum $D(\mathcal{F})$.

(b) Geben Sie ein Herbrand-Modell $\mathcal{A}$ für F an. Beschreiben Sie $\mathcal{A}$ in einfachen Worten.

(c) Berechnen Sie die Herbrand-Expansion $E(F')$, wobei F' die Skolemform von F ist.

(d) Geben Sie ein (aussagenlogisches) Modell von $E(F')$ an.

Aufgabe 4. Bestimmen Sie jeweils zu der gegebenen unerfüllbaren Aussage F, die bereits in Skolemform ist, die zugehörige Herbrand-Expansion $E(F)$. Geben Sie anschließend eine unerfüllbare Formel der Form $F_1 \land \cdots \land F_n$ mit $F_1, \ldots, F_n \in E(F)$ an.

(a) $\forall x(P(x) \land \neg P(x))$ (b) $\forall x \forall y((\neg P(x) \lor \neg P(f(y))) \land P(f(f(x))))$